

Set-theorie, Toonklok en de P-techniek voor componisten (1)

Tijdschrift voor Muziektheorie jaargang 7 nummer 1

februari 2002

Dit artikel gaat in op de toepassing van de set-theorie bij componeren. Bijzondere aandacht is er voor de door de auteur ontwikkelde 'Positionerings-techniek' ('P-techniek') voor het controleren van de onderlinge verhoudingen van de sub-sets van een moederset. Ook komen verschillen en overeenkomsten tussen de set-theorie en de Toonklok-techniek van Peter Schat aan de orde. Waar nodig geven voetnoten korte toelichtingen op de set-theorie. Ten slotte is een appendix opgenomen met een aantal formules in verband met de 'P-techniek'.

Mijn gebruik van set-theorie

De set-theorie is voor het eerst beschreven in "The Structure of Atonal Music" van Allen Forte, 1973 (2). Forte heeft naar verluid het systeem ontwikkeld in samenwerking met componist Babbit, maar hij gebruikte het zelf uitsluitend ten behoeve van analyse van twintigste eeuwse muziek, onder andere van de Tweede Weense School, Stravinsky en Bartok. Zelf zie ik altijd een link met het latere werk van Schönberg (bijvoorbeeld de opera Moses en Aaron en het Strijk Trio Op. 45). In deze werken gaat Schönberg welliswaar nog uit van een twaalf-toons reeks maar hij begint die reeks op te delen in groepjes die op een steeds vrijere manier met elkaar gecombineerd worden in allerlei transposities en inversies en zelfs verschillende volgorde's van noten binnen de groepjes, maar wel met behoud van de "prime -form" (3).

De publikaties van Forte verschenen in Amerika in de wereld van de musicologie. Hierbij moet worden aangegeven dat veel muziek-vakopleidingen en conservatoria in de VS verbonden zijn aan universiteiten, waardoor veel musici en componisten op de hoogte zijn van de set-theorie.

De technieken die uitsluitend voor analyse werden ontwikkeld zijn soms erg academisch en voor mij onbruikbaar bij het componeren. Voorbeelden hiervan zijn reeds in Forte's eerste boek te vinden, waar hij uitgebreid ingaat op het verschijnsel "set-complexen" d.w.z. verschillende groepen van sets die op de een of andere manier met elkaar te maken hebben bijvoorbeeld door gemeenschappelijke sub-sets of door overeenkomstige interval-opbouw. Het hele onderwerp van de set-complexen (dat meer dan de helft van "The Structure of Atonal Music" beslaat) bleek eigenlijk een doodlopende weg waar ook Forte zelf niet meer op is doorgegaan. Daarnaast zijn mij enkele publikaties bekend van componisten waar zij ingaan op hun gebruik van set-theorie, bijvoorbeeld "Composition with Pitch-classes" (1987) van Robert Morris (4) en "Generalised Musical Intervals and Transformations" (1983) van David Lewin (5).

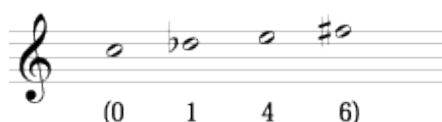
Ik vind de hierin beschreven technieken echter over het algemeen te veel aansluiten bij de oude dwangmatige twaalftoons-technieken, d.w.z. enerzijds te gecompliceerd zonder dat dit tot hoorbare resultaten leidt en anderzijds te weinig ruimte openlatend voor de componist om zijn persoonlijke expressie te botvieren.

Het gebruik waar ik nu als componist op ben uitgekomen en waartoe ik in de loop van enkele jaren eenvoudige technieken heb ontwikkeld, gaat meestal uit van hexachorden.

Het is voor mij "natuurlijk" (misschien komt dit door mijn achtergrond in de jazz-muziek) om zesstemmige akkoorden te bedenken. Dat wil niet zeggen dat ieder moment zes-stemmige muziek moet klinken, maar het gaat om basis-"sonorities" die mij aanspreken. Deze sonorities kunnen associaties opwekken met tonale

akkoorden, maar klassieke tonale functies spelen geen rol. Het selecteren van een aantal structurele hexachorden is een eerste stap in de compositie. De zes-stemmigheid biedt vervolgens via de set-theorie veel combinatiemogelijkheden. Er zijn 10 verschillende segmentaties mogelijk waarbij het hexachord in twee groepen van drie opgedeeld wordt, waarvan ik er meestal maar 2 tot 4 gebruik. Ook segmentatie in een tetrachord en een tweeklank is mogelijk. Segmentatie in groepjes van drie doet wellicht denken aan de Toonklok, en dat is ten dele terecht want natuurlijk komen er veel hexachorden voor die in twee identieke drieklanken ter verdelen zijn, en in dat geval is een interpretatie in de zin van een bepaald uur van de toonklok volkomen op zijn plaats. Ik gebruik echter zelf bijna uitsluitend segmentaties waarbij twee drieklanken van verschillend type (dus verschillende "uren" van de Toonklok) optreden. Daarnaast gebruik ik vaak de genoemde verdelingen in groepjes van 4 en 2, die helemaal niet volgens de toonklok te interpreteren zijn. Behalve de vele segmentatie-mogelijkheden heeft het gebruik van hexachorden nog een bijkomend voordeel: het complement van een hexachord ten opzichte van het twaalftoons-aggregaat (met andere woorden: de zes ontbrekende tonen in het chromatische spectrum) vormt altijd een hexachord met exact dezelfde interval-inhoud als het origineel. Het is dus mogelijk om veel gebruik te maken van complement relaties, waarbij alle twaalf tonen gebruikt worden, en toch dezelfde basis-sonoriteit wordt behouden. Want net als Peter Schat vind ik dat interval-inhoud meer bepalend is voor de sonoriteit dan de individuele noten. Overigens is er een addertje onder het gras wat betreft de complementaire hexachorden. Ik zei net dat zij altijd een identieke interval-inhoud hebben, maar dat wil niet zeggen dat zij altijd op dezelfde wijze te segmenteren zijn. Van de vijftig types hexchorden die er bestaan, geldt er voor slechts twintig dat het complement identiek is aan het origineel, d.w.z. een transpositie of inversie is van het origineel en dus dezelfde prime-form heeft. Voor de overige dertig geldt dat zij paren vormen die elkaars complement zijn, die exact dezelfde interval-inhoud hebben, maar die niet tot dezelfde prime-form herleid kunnen worden. Forte heeft hier een naam voor: dergelijke sets zijn "Z-related". Het verschijnsel van Z-relatie komt bij kleinere sets ook voor maar in veel mindere mate. Ter illustratie : bij de vierklanken (tetrachorden) is er slechts één Z-relatie te ontdekken, namelijk tussen de sets 4-15 en 4-29. Dit wil ik graag even preciseren. De set 4-15 heeft prime-form 0 1 4 6 , bijvoorbeeld gerepresenteerd door C Des E Fis; zie Fig.1.1. Dit is een zgn. "all-interval"- akkoord, waarin alle 6 intervallen precies 1 keer voorkomen, dus met interval-vector 111111 (Figuur 1.2). (6).

De Z-gerelateerde set 4-29 heeft ook interval vector 111111, dus bergt ook alle intervallen in zich, maar het heeft een andere prime-form, namelijk 0137 (Fig. 1.3). Figuur 1.4 geeft een andere verschijningsvorm van 4-29, met als normal order 7 6 4 0 (dus een transpositie en tevens inversie). De sets 4-15 en 4-29 zijn niet op elkaar te herleiden.

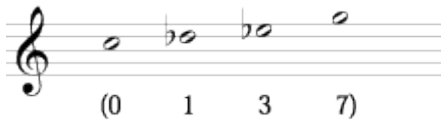


Figuur 1.1
De set 4-15

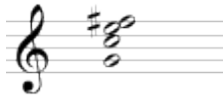


Figuur 1.2
Intervallen in de set 4-15 (uitgedrukt in kleine secondes);
intervalvector 111111 ('all-interval tetrachord')

intervallektor 11111 (an interval tetrachord)



Figuur 1.3
De set 4-29 (ook 'all-interval').



Figuur 1.4
Willekeurige andere verschijningsvorm van 4-29, normal order 7640

Bij de hexachorden zul je dus de dertig Z-gerelateerde hexachorden niet op exact dezelfde wijze kunnen segmenteren, bij de overige twintig kan dat wel. Soms kies ik voor een symmetrisch hexachord waarvan het complement op dezelfde wijze gesegmenteerd kan worden (de sturingen uit de toonklok leiden overigens altijd tot dergelijke hexachorden); soms kies ik bewust voor een Z-hexachord om te zorgen dat het complement een andere vorm kan aannemen omdat ik op dat moment juist de symmetrie wil doorbreken.

("To be perfectly symmetrical is to be perfectly dead" zei Stravinsky reeds in één van zijn gesprekken met Robert Craft.) (7)

Het eerste wat nu vereist is is een notatie om de segmentaties te beschrijven, een notatie die zo kort en bondig mogelijk is, maar volkomen eenduidig is en geen ruimte laat voor misverstanden.

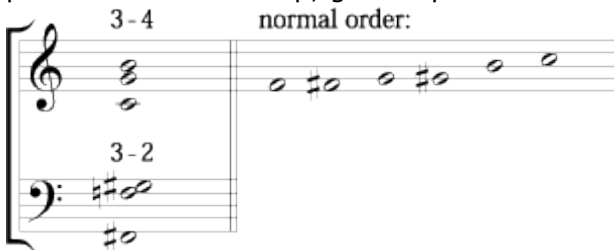
Ik heb die notatie gevonden in het gebruik van de letter 'p'. 'P' staat voor 'positie' of 'positionering'.

De relatie tussen twee willekeurige sets (van ieder gewenst aantal noten en iedere transpositie of inversie) kan zeer kort worden beschreven als 'p' gevolgd door een getal.

Dat getal duidt aan op welke afstand de tweede set ten opzichte van de eerste set geplaatst is, uitgedrukt in een aantal kleine seconden. De afstand wordt steeds gemeten tussen de eerste noten van de "normal-order" (8) van iedere set. Ingeval de tweede set een inversie is van een prime-form, dan wordt na de p een (i) tussen haakjes gezet.

Dit kan ik als volgt illustreren:

Het hexachord 6-5, door Schoenberg gebruikt in zijn Variationen für Orchestra opus 31, en door mijzelf gebruikt in Square Roots (9) heeft als prime-form 012367. Een representatie daarvan die ik in mijn stuk als één van meerdere mogelijkheden heb gebruikt is de segmentatie in 3-2 en 3-4 of zo U wilt tweede en vierde uur, bijvoorbeeld Fis F Gis / C G B. De meest nauwe ligging van deze noten levert de prime-form 012367 op, getransponeerd naar F (zie Fig.2.1) (10)



Figuur 2.1
Segmentatie 6-5: 3-2/3-4 p(i)7 en bijbehorende normal order.

Ik wil deze segmentatie zodanig beschrijven dat ik hem makkelijk kan toepassen op andere transposities en inversies. Daartoe gebruik ik nu de P- notatie:

3-4 staat in dit geval op een afstand van 7 (kleine secondes) van 3-2 verwijderd, maar verschijnt in de vorm van een inversie, beginnend op C (11) De beschrijving

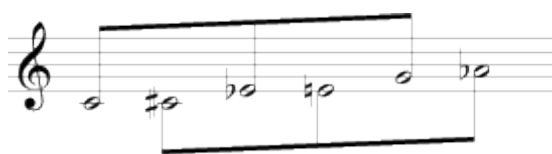
maar verschijnt in de vorm van een inversie, beginnend op C. (11) De beschrijving van deze segmentatie luidt dan: 3-2/3-4 p (i) 7.

Nu kan ik bij iedere vorm van 3-2 snel de bijpassende 3-4 vinden en omgekeerd bij iedere 3-4 de bijbehorende 3-2, die gezamenlijk dezelfde sonoriteit opleveren als mijn oorspronkelijke hexachord. Daarnaast heb ik natuurlijk nog de mogelijkheid om voor andere segmentaties van het hexachord te kiezen.

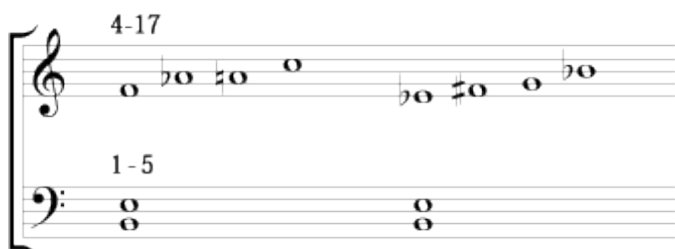
Interessant is het als één van de samenstellende sets van een segmentatie een symmetrische set is, d.w.z. waarvan de omkering na transpositie identiek is aan het origineel. Bijvoorbeeld de 3-9 drieklank, het negende uur, met prime-form 0 2 7. C-D-G is een 3-9 drieklank, maar de omkering D-C-G is daaraan identiek. In dat geval kan de P-relatie op twee manieren worden toegepast: in opwaartse richting vanuit C of in neergaande richting vanuit D, met hetzelfde type hexachord als resultaat.

Als ik kies voor een segmentatie in twee-klank en tetrachord, heb ik de comfortabele situatie dat een tweeklank altijd symmetrisch is. De positionering van het tetrachord kan dus altijd op twee manieren geschieden met hetzelfde type hexachord als resultaat. Ik zal alvorens ik weer terugkeer naar de Toonklok en het begrip "sturing" nog één voorbeeld geven van een dergelijke segmentatie in tweeklank en vierklank, die ik heb gebruikt in "Square Roots".

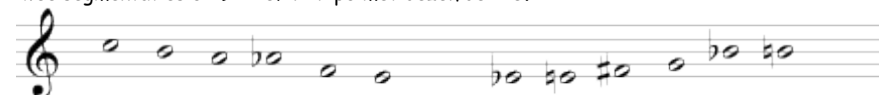
Naast de genoemde 6-5 was ook het 6-19 hexachord met prime-form 013478 één van de structurele sonoriteiten van het stuk. Het kan o.a. worden gesegmenteerd als twee 3-11 sets op een kleine secunde afstand (3-11/3-11 p 1) zoals in Figuur 2.2. Maar ook als een 2-5 tweeklank met het octatonische 4-17 (met prime form 0 3 4 7) tetrachord toegevoegd op een tritonius afstand, ofwel in een positionering p6. Omdat zoals gezegd iedere tweeklank symmetrisch is, zijn er steeds ten opzichte van iedere gekozen 2-5 tweeklank twee 4-17 -en mogelijk die beide het gewenste hexachord opleveren. Bij de een wordt de 2-5 vanuit E dalend gemeten, bij de ander vanuit B in opwaartse richting (zie Fig.2, nummers 2,3,4)



Figuur 2.2
Segmentatie 6-19: 3-11/3-11 p1.



Figuur 2.3
Twee segmentaties 6-19: 2-5/4-17 p6 met dezelfde 2-5.



Figuur 2.4
De normal orders van 6-19, behorende bij de segmentaties in Figuur 2.3

8. De 'normal order' van een set is de meest compacte ligging binnen een octaaf, niet zoals bij de prime form getransponeerd naar 0 maar gewoon beginnend op de werkelijk voorkomende eerste noot.

9. Square Roots is geschreven voor het Radio Filharmonisch Orkest en ging in première op 25 februari 2001 in het Concertgebouw van Amsterdam.

10. Deze segmentatie heb ik in mijn stuk als één van meerdere mogelijkheden gebruikt.

11. Met een 'inversie' wordt in de set-theorie bedoeld: de spiegeling van een set t.o.v. een symmetrie-as zodat de intervallen

niet van laag naar hoog, maar van hoog naar laag worden gemeten. Een inversie kent twaalf transpositie-niveaus, afhankelijk van de gekozen symmetrie-as.

327 $\text{♩} = 116$

F

Hn.

Perc. 3

Piano

VI. 1

VI. 2

Vla.

Vic.

D.B.

triangle *f*

ff

div. in 3 *ff*

(div.) *ff*

332

Perc. 1

Perc. 2

Perc. 3

Piano

VI. 1

VI. 2

Vla.

xyl.

vibr.

f

Sva

loco

thundersheet *f*

The image shows a short musical excerpt for Violin (Vic.) and Double Bass (D.B.). The Violin part consists of a series of chords, while the Double Bass part features a steady eighth-note accompaniment. The key signature has one sharp (F#) and the time signature is 3/4.

Voorbeeld 1
 Square Roots, m. 327-334. Toepassing van de segmentatie uit figuur 2.3

This image displays a full orchestral score for measures 361 to 364 of 'Square Roots'. The score includes parts for Flute (Fl.), Clarinet (Cl.), Bass Clarinet (B. Cl.), Bassoon (Bsn.), Double Bassoon (D. Bsn.), Marimba (1), Percussion 2 (Perc. 2), Triangle (3), Violin 1 (Vl. 1), Violin 2 (Vl. 2), Viola (Vla.), and Violin (Vic.). The music is characterized by complex rhythmic patterns, including triplets and divisions (div. in 3 and div. in 2). The percussion parts feature a prominent triplet pattern on the triangle and marimba. The woodwinds and strings play a melodic line that moves through various intervals. The score is marked with dynamics such as *f* and *ff*.

Voorbeeld 2
 Square Roots, m. 361-364

Voorbeeld 1 is een stukje partituur van Square Roots waarin te zien is hoe de 2-5 ofwel de reine kwart in de bas een stijgende beweging maakt, terwijl in de bovenstemmen de beide bijbehorende 4-17 tetrachorden in een gemengde ligging elkaar afwisselen. In voorbeeld 2 spelen marimba en fluit tegen eenzelfde harmonische ondergrond een melodie.

Set-theorie en de toonklok

Set-theorie en de toonklok hebben voor een groot deel dezelfde uitgangspunten. Over de toonklok is op het Symposium De Toonklok in Perspectief al veel gezegd, en een hoop door Peter Schat op schrift gesteld. Ik zal me daarom nu richten op de

meest in het oog lopende verschillen tussen set-theorie en de toonklok.

Ten eerste is dat natuurlijk het feit dat de toonklok uitgaat van drieklanken, terwijl in de set-theorie ook andere samenklanken zoals tetrachorden en hexachorden kunnen worden benoemd.

Tetrachorden komen in de toonklok impliciet wel voor als sturing van de uren, maar dit zijn er slechts een beperkt aantal die niet als zelfstandige klanken behandeld worden. Daarnaast vermeldt Schat in de Engelse versie van "The Tone Clock" op Blz 110 de zeven tetrachorden die op eigen houtje het twaalftoons-spectrum kunnen bestrijken, maar de resterende 22 tetrachorden en alle hexachorden voorzover zij niet zijn opgebouwd uit twee identieke drieklanken komen in de toonklok niet aan bod (**12**).

Dan is er nog het begrip "sturing" (**13**). Terecht stelt Peter dat "sturing" centraal staat in de Toonklok omdat het een beweeglijkheid creëert en ons verlost van statische plompverloren harmonieën.

Ik heb echter in het voorafgaande proberen te laten zien dat het de set-theorie niet ontbreekt aan sturing, zoals Peter als één van zijn bezwaren opwierp in de discussie in het Tijdschrift voor Muziektheorie. In feite zou je kunnen zeggen dat mijn P-techniek ofwel "positionerings"-techniek het equivalent is van sturing.

Ik heb mijn P-techniek echter niet voorbehouden aan die sturingen die het gehele chromatische spectrum in gelijkvormige drieklanken verdelen. Met de P-techniek kunnen ook drieklanken van verschillende types, vierklanken en hexachorden gestuurd worden.

Overigens is de exacte betekenis van het begrip sturing altijd enigszins onduidelijk geweest, aangezien er steeds in ieder uur zowel prime-forms als omkeringen van drieklanken voorkomen waarbij als "sturende toon" niet steeds dezelfde gekozen wordt.

Gerrit de Marez Oyens kwam in zijn artikel "De stuurlieden van de toonklok" in het Tijdschrift voor Muziektheorie van november 1997 tot 38 verschillende sturingen voor de uren van de toonklok in plaats van het maximum van 28 dat Peter had voorgesteld (**14**). In zijn boek "Het componeren van de Hemel" van Peter Schat valt zelfs te lezen hoe een NRC-abonnee op de uitdaging om nieuwe sturingen uit te vinden met niet minder dan 101 alternatieven op de proppen komt (**15**).

Om sturing werkelijk exact te beschrijven is mijns inziens de P-notatie het aangewezen middel:

De zgn. "derde uren-sturing van het achtste uur" kan bijvoorbeeld in de uiterst korte formule 3-8 p1 worden vastgelegd zonder dat hier klokken of notenbalken aan te pas komen (zie Fig.3.1). De elfde uren-sturing van datzelfde achtste uur kan worden beschreven als 3-8 p(i)10 (zie Fig.3.2). (**16**)



Figuur 3.1
'Derde uur-sturing van het achtste uur' (uit De Toonklok); beschrijving: 3-8 p1.



Figuur 3.2
'Elfde uur-sturing': beschrijving: 3-8 p(i)10.

In beide gevallen, en dat geldt ook voor alle andere sturingen, is met de beschrijving van de segmentatie van één hexachord de volledige sturing van het uur vastgelegd, omdat het overblijvende complementaire hexachord hiervan altijd een inversie is die op dezelfde wijze gecomponeerd wordt.

op dezelfde wijze gesegmenteerd wordt.

"3-8 p(i)10" klinkt natuurlijk iets prozaïscher dan "sturing door het elfde uur", maar beschrijft wel nauwkeuriger de structuur van het geheel. Dit brengt mij op het volgende: het gebruik van getallen in de set-theorie heeft voor sommigen een afschrikwekkende werking.

Hierbij moet ik even denken aan een artikel in Vrij Nederland (mei 2001) waarin stond dat de bekende Engelse natuurkundige Stephen Hawking door zijn uitgever werd verzocht om geen formule's meer in zijn boeken te gebruiken, want "iedere formule die je gebruikt halveert het aantal lezers".

Zo ernstig hoeft het echter met de set-theorie niet te zijn. Het gebruik van getallen is zeer beperkt en gaat niet veel verder dan lagere school niveau. Je kunt het zo simpel of zo ingewikkeld maken als je maar wil, en als je het heel ingewikkeld wil maken zal het toch nooit de moeilijkheidsgraad kunnen overstijgen van het schrijven van een driestemmige fuga, hetgeen je vroeger als componist moest kunnen (nu helaas niet meer).

Wat mij betreft is er geen bezwaar tegen om de term "sturing door het elfde uur" te blijven gebruiken, maar het gaat juist om de mogelijkheid om ook andere sturingen te beschrijven, bijvoorbeeld niet-symmetrische, of uitgaande van tetrachorden, of ongelijksoortige segmentaties van hexachorden, of uiteindelijk ook sturingen waarbij niet alle twaalf tonen aan bod komen of juist meer dan 12 tonen oftewel toonsverdubbelingen voorkomen.

De door de Toonklok beschreven sturingen vormen een zeer charmant systeem van klankvelden, charmant door zijn symmetrie en consistentie. Dat er heel goed mee te werken is, is bewezen door het waardevolle oeuvre van Peter Schat.

De vraag of iedereen van nu af met uitsluitend de toonklok zou kunnen werken moet ik ontkennend te beantwoorden, in ieder geval wat mijzelf betreft.

Ik zou mijn lezing willen eindigen met de stelling : "Toonklok en set-theorie sluiten elkaar niet uit, maar overlappen elkaar; het gebied dat wordt bestreken door de set-theorie is echter veel uitgebreider en omvat de Toonklok."

Appendix: enkele formules voor de P-techniek

De P-techniek beschrijft de verhouding tussen twee sets S1 en S2. S1 en S2 kunnen iedere gewenste omvang, ligging en set-type hebben, en zij behoeven niet een gelijk aantal elementen te bevatten. De sets worden teruggebracht tot hun "normal-order" (zie voetnoot 8) en vervolgens wordt de afstand tussen de eerste noten hiervan gemeten en uitgedrukt in het aantal kleine seconden k ($0 \leq k \leq 11$).

De ligging van de twee sets ten opzichte van elkaar wordt vervolgens eenduidig beschreven door de "P-notatie" : settype 1/ settype 2 p k waarbij de settypes worden beschreven door de naam van de "prime-form" (3) van de set.

Indien een van de sets een inversie is van zijn prime-form, wordt voor het getal k een (i) geplaatst. Indien beide sets inversies zijn van hun prime-form, is de (i) overbodig.

Een willekeurig voorbeeld:

4-18 normal order:
8 9 0 3

3-3 normal order:
6 7 10

Figuur 4

Segmentering van een zevenklank als 3-3/4-18 p2.

Fig. 4 geeft een zevenstemmig akkoord dat reeds gecombineerd is in een drieklank

Fig. 4 geeft een zevenstemmig akkoord dat reeds gesegmenteerd is in een drieklank van het type 3-3 in de bas en een vierklank van het type 4-18 aan de diskant. De normal-orders van de twee sets zijn

3-3: (6 7 10) en 4-18: (8 9 0 3) (voetnoot 4). De afstand tussen de begintonen van de normal-orders is dus 2. De totale klank kan dus in P-notatie worden beschreven als 3-3/ 4-18 p 2. Een (i) is hier overbodig aangezien geen van beide sets een inversie is van zijn prime-form (beide sets zijn transposities van hun prime-form). De P-notatie levert onmiddellijk een groot aantal verwante klanken, uitgaande van iedere 3-3 of 4-18 (in iedere transpositie of inversie).

Van belang is hierbij nog, dat de verhouding tussen de twee sets op twee manieren kan worden beschreven: uitgaande van S1 of uitgaande van S2. Daarbij geldt dat als de P-notatie "s1/ s2 p k" van toepassing is, dan ook geldt

"s2/ s1 p (12-k)" (uitgaande van S2). Ik heb hier in de P-notatie de set-types voorgesteld door een kleine s, ter onderscheiding van de hoofdletter S die staat voor de actuele representatie van dit type.

Ingeval één van beide sets een inversie betreft en er dus in de P-notatie een (i) verschijnt, dan is de notatie wederkerig d.w.z. : s1/ s2 p (i) k impliceert ook s2/ s1 p (i) k.

Prime-position

Zoals in mijn lezing beschreven, wordt de P-notatie meestal gebruikt om de segmentatie van een samenklank, bijvoorbeeld een hexachord, in twee subsets te omschrijven. (17)

Het kan dan in het vervolg van een compositie voorkomen, dat men reeds over het volgende hexachord beschikt, maar nog geen van de twee constituerende subsets bekend is. In die gevallen is het handig om te weten hoe ieder van de twee subsets geplaatst is binnen het hexachord. Dit noem ik de "prime-position" van de subset, want het geeft de ligging van de prime-forms van subset en "moederset" t.o.v. elkaar aan.

De notatie is eenvoudig gebaseerd op de P-notatie: het set-type van de "moederset" gevolgd door het set-type van subset, gevolgd door: pp k, waarbij pp staat voor prime-position en k voor de afstand (uitgedrukt in kleine seconden) tussen de eerste noot van de moederset (in normal-order) en de eerste noot van de subset (in normal order). Wederom geldt dat als één van beide sets in inversie verschijnt, een (i) wordt tussengevoegd voor de k.

Een voorbeeld: de 3-4 uit Fig. 2.1 bestaat (in normal-order) uit de noten C B G (0 11 7). De eerste noot hiervan ligt op een afstand 7 van het begin van de moederset 6-5, hier in normal-order (5 6 7 8 11 0). 3-4 komt hier voor als een inversie.

De prime-position notatie luidt dus : 6-5: 3-4 pp (i)7.

Overigens gebruik ik soms meteen bij de segmentatie van een hexachord in twee subsets een beschrijving waarbij de prime-position van een der subsets al tussen haakjes wordt vermeld. In het bovenstaande voorbeeld zou dat kunnen zijn:

6-5: 3-2 (pp 0) / 3-4 p (i)7.

het gebruik van P-notatie voor klankvelden

De P-notatie kan gebruikt worden om klankvelden te beschrijven. Hierbij moet men bijvoorbeeld denken aan de positiebepaling van grotere sets (met 6 of meer elementen) ten opzichte van elkaar. Meestal zullen niet alle noten uit deze sets tegelijkertijd gebruikt worden, omdat er dan simpelweg te veel noten tegelijk klinken. Een interessante mogelijkheid is dan om met behulp van set-theorie voorwaarden te definiëren waaronder telkens kleine groepjes noten uit de beide grotere sets geselecteerd worden.

Een voorbeeld: in mijn compositie "La Bonne Chanson" voor orkest en mezzosopraan (18) heb ik veel gebruik gemaakt van de super-symmetrische set 6-20 met primeform (0 1 4 5 8 9).

Ik definieerde een klankveld met de regels: Aan de bas-kant een drieklank van het

type 3-5 (0 1 5), gekozen uit een bepaalde 6-20 set. Dit komt goed uit, want iedere 6-20 set bevat 6 verschillende 3-5 subsets. Daar zet ik bovenop: vierklanken van het type 4-17 of 4-19, gekozen uit de complementaire 6-20 set die zich in P-notatie tot de eerste set verhoudt als 6-20/6-20 p 2. Toevallig is de 6-20 set zo symmetrisch dat ik ook had kunnen kiezen voor de notaties p6, p10, p(i)3, p(i)7 of p(i)11 die allemaal dezelfde collectie noten beschrijven. Ik ben nog aan het experimenteren met klankvelden, samengesteld uit minder symmetrische sets.

Transpositie en inversie

Voor de volledigheid geef ik enkele formules die in bepaalde gevallen handig kunnen zijn bij het toepassen van de P-techniek. Het gaat hier steeds om het vinden van paren Set 1/ Set 2 die gezamenlijk een tevoren bepaalde sonoriteit opleveren. Ingeval van transpositie van Set 1 over een afstand t ($0 \leq t \leq 11$, uitgedrukt in kleine seconden), dan zal de bijbehorende Set 2 ook over een afstand t getransponeerd moeten worden om een samenklank te verkrijgen die voldoet aan de P-notatie $s1/s2$ p k .

Wordt echter Set 1 niet getransponeerd maar omgezet in een inversie, beginnend op een afstand m (hetgeen kan worden beschreven als $p(i)m$), dan zijn er twee manieren om de nieuwe bijbehorende Set 2 te vinden.

Je kunt simpelweg de nieuwe Set 1 in notennamen of getallen uitdrukken en vervolgens uit de P-notatie de nieuwe Set 2 afleiden; dit is meestal de snelste weg. Daarnaast kun je de nieuwe Set 2 direct uit de oorspronkelijke Set 2 afleiden met de formule $p(i) (m-2k)$. Deze formule geeft dan de relatie aan tussen de oorspronkelijke Set 2 en de nieuwe Set 2. (19).

Ingeval de P-notatie een (i) bevat (dus Set 2 zich in een inversie t.o.v. Set 1 bevindt) dan luidt deze formule : $p(i) 2k-m$. Deze formules zijn alleen handig bij tevoren geplande transpositie- en inversiepatronen van grotere sets.

voetnoten:

1. Dit artikel is voor het grootste deel gebaseerd op de lezing die ik op 21 mei 2001 hield ter gelegenheid van het mini-symposium "De Toonklok in Perspectief" rondom Peter Schat in Vredenburg, georganiseerd door MuziekGroep Nederland en de Universiteit van Utrecht.

Het eerste deel van deze lezing waarin ik de principes van de set-theorie uiteenzette is hier weggelaten omdat deze principes reeds in de literatuur bekend zijn en tevens worden besproken in mijn eerste artikel in het Tijdschrift voor de Muziektheorie: "Lux et Veritas: de set-theorie en toepassingen hiervan voor componisten", Tijdschrift voor Muziektheorie 2/2 (1997)

2. Allen Forte The Structure of Atonal Music. New Haven 1973

3. de "prime-form" van een set is de meest compacte ligging binnen het octaaf, getransponeerd naar een denkbeeldig nulpunt zodat de eerste noot met het getal 0 kan worden aangeduid. Een complete lijst van alle mogelijke "prime-forms" is te vinden als bijlage bij mijn vorige artikel in het Tijdschrift voor Muziektheorie 2/2 (1997) Zoals bekend worden in de set-theorie de notennamen vervangen door de getallen 0 t/m 11, waarbij C=0, C#=1, D=2 etc. t/m B=11.

4. Robert D. Morris Composition with pitch-classes. New Haven 1987

5. David Lewin Generalised musical intervals and transformations. New Haven 1987

6. de zes cijfers van de "intervalvector" geven achtereenvolgens aan: het aantal kleine seconden, grote seconden, kleine tertsen, grote tertsen, reine kwarten en tritonussen dat in een set voorkomt.

7. Igor Stravinsky and Robert Craft Conversations with Igor Stravinsky. London 1972

8. de "normal-order" van een set is de meest compacte ligging binnen een octaaf, niet zoals bij de prime-form getransponeerd naar 0 maar gewoon beginnend op de werkelijke voorkomende eerste noot.

9. Square Roots is geschreven voor het Radio Filharmonisch Orkest en ging op 25-3-01 in première in het Concertgebouw te Amsterdam
10. deze segmentatie heb ik in mijn stuk als één van meerdere mogelijkheden gebruikt.
11. Met een 'inversie' wordt in de set-theorie bedoelt: de spiegeling van een set ten opzichte van een symmetrie-as zodat de intervallen niet van laag naar hoog maar van hoog naar laag worden gemeten. Een inversie kent twaalf transpositie-niveaus, afhankelijk van de gekozen symmetrie-as.
12. Peter Schat The tone clock, Harwood 1993, p. 110
13. 'Sturing' is een term waarmee Peter Schat aanduidt hoe ieder van de twaalf typen drieklanken door een serie transposities en inversies zonder toonscherhaling het gehele twaalftoons-spectrum kan bestrijken.
14. Gerrit de Marez Oyens de Stuurlieden van de toonklok, TvM 2/3 1997
15. Peter Schat Het componeren van de hemel Amsterdam 1999
16. In P-notatie luidt de beschrijving van alle sturingen van de toonklok, zoals beschreven in De Toonklok (Amsterdam 1984):
- 10-e uur sturing van het 1-e uur: 3-1 p 3
 - 8-e uur sturing van het 2-e uur: 3-2 p 2
 - 7-e en 5-e uur sturing van het 3-e uur: 3-3 p 2 en p (i) 3
 - 6-e, 8-e en 10-e uur sturing van het 4-e uur: 3-4 p 2 , p (i) 3 en p 3
 - 2-e uur sturing van het 5-e uur: 3-5 p (i) 8
 - 10-e en 5-e uur sturing van het 6-e uur: 3-6 p3 en p 1
 - 8-e uur sturing van het 7-e uur: 3-8 p (i) 9
 - 3-e en 11-e uur sturing van het 8-e uur: 3-8 p 1 en p (i) 10
 - 2-e uur sturing van het 9-e uur: 3-9 p (i) 8
 - 1-e uur sturing van het 10-e uur: 4-28 p1
 - 6-e en 8-e uur sturing van het 11-e uur 3-11 p 2 en p (i) 5
 - 1-e, 2-e, 5-e, 7-e en 10-e uur sturing van het 12-e uur: 3-12 p1, p2 en p3 (2 varianten)
17. een "subset" is een benaming voor iedere kleinere set die deel uitmaakt van de "moederset".
18. Uitgevoerd op de Nederlandse Muziekdagen 2001
19. Uiteraard moet t-2k hierbij tot een getal tussen 0 en 11 worden teruggebracht, d.w.z. "modulo 12", zie ook mijn vorige artikel.